

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Одобрено на заседании

Ученого совета ИАТЭ НИЯУ МИФИ

Протокол от 24.04.2023 № 23.4

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

Теория вероятностей и математическая статистика

название дисциплины

для студентов направления подготовки

14.03.02 Ядерные физика и технологии

Шифр, название специальности/направления подготовки

профиль:

Инновационные ядерные технологии

Форма обучения: очная

г. Обнинск 2023 г.

Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – является обязательным приложением к рабочей программе дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» и обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущей и промежуточной аттестации по дисциплине.

Цели и задачи фонда оценочных средств

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям федерального государственного образовательного стандарта.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» решаются следующие задачи:

- контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков, предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- контроль и оценка степени освоения компетенций, предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данной дисциплины.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. В результате освоения ОП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Код компетенций	Наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
УКЕ-1	Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах	З-УКЕ-1 Знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-УКЕ-1 Уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи В-УКЕ-1 Владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами
ОПК -1	Способен использовать базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	З-ОПК-1 Знать: базовые законы естественнонаучных дисциплин; основные математические законы; основные физические явления, процессы, законы и границы их применимости; сущность основных химических законов и явлений; методы математического моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-ОПК-1 Уметь: выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат В-ОПК-1 Владеть: математическим аппаратом для разработки моделей процессов и явлений, решения практических задач профессиональной деятельности; навыками использования основных общефизических законов и принципов

1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения ОП бакалавриата

Компоненты компетенций, как правило, формируются при изучении нескольких дисциплин, а также в немалой степени в процессе прохождения практик, НИР и во время самостоятельной работы обучающегося. Выполнение и защита ВКР являются видом учебной деятельности, который завершает процесс формирования компетенций.

Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины:

- **начальный** этап – на этом этапе формируются знаниевые и инструментальные основы компетенции, осваиваются основные категории, формируются базовые умения. Студент воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу;
- **основной** этап – знания, умения, навыки, обеспечивающие формирование компетенции, значительно возрастают, но еще не достигают итоговых значений. На этом этапе студент осваивает аналитические действия с предметными знаниями по дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя коррекцию в ходе работы, переносит знания и умения на новые условия;
- **завершающий** этап – на этом этапе студент достигает итоговых показателей по заявленной компетенции, то есть осваивает весь необходимый объем знаний, овладевает всеми умениями и навыками в сфере заявленной компетенции. Он способен использовать эти знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях.

Этапы формирования компетенций в ходе освоения дисциплины отражаются в тематическом плане (см. РПД).

1.3. Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Индикатор достижения компетенции	Наименование оценочного средства текущей и промежуточной аттестации
Текущая аттестация, 4 семестр			
1.	Элементарная вероятность.	З-УКЕ-1; У-УКЕ-1; В-УКЕ-1 З-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1	КР 1
2.	Случайные величины, центральная предельная теоремы.	З-УКЕ-1; У-УКЕ-1; В-УКЕ-1 З-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1	КР 1 и КР2
3.	Статистика	З-УКЕ-1; У-УКЕ-1; В-УКЕ-1 З-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1	КР2
Промежуточная аттестация, 4-й семестр			
	Зачет	З-УКЕ-1; У-УКЕ-1; В-УКЕ-1 З-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1	Билет зачета

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям, которые приведены в п.1.1. Формирование этих дескрипторов происходит в процессе изучения дисциплины по этапам в рамках различного вида учебных занятий и самостоятельной работы.

Выделяются три уровня сформированности компетенций на каждом этапе: пороговый, продвинутый и высокий.

Уровни	Содержательное описание уровня	Основные признаки выделения уровня	БРС, % освоения	ECTS/Пятибалльная шкала для оценки экзамена/зачета
Высокий <i>Все виды компетенций сформированы на высоком уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Творческая деятельность	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Студент демонстрирует свободное обладание компетенциями, способен применить их в нестандартных ситуациях: показывает умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического или прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий	90-100	A/ Отлично/ Зачтено
Продвинутый <i>Все виды компетенций сформированы на продвинутом уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу, большей долей самостоятельности и инициативы	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Студент может доказать владение компетенциями: демонстрирует способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения.	85-89	B/ Очень хорошо/ Зачтено
			70-84	C/ Хорошо/ Зачтено
Пороговый <i>Все виды компетенций сформированы на пороговом уровне</i>	Репродуктивная деятельность	Студент демонстрирует владение компетенциями в стандартных ситуациях: излагает в пределах задач курса теоретически и практически контролируемый материал.	65-69	D/Удовлетворительно/ Зачтено
			60-64	E/Посредственно /Зачтено
Ниже порогового	Отсутствие признаков порогового уровня: компетенции не сформированы. Студент не в состоянии продемонстрировать обладание компетенциями в стандартных ситуациях.		0-59	Неудовлетворительно/ Незачтено

Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине осуществляется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

Критерии оценивания компетенций на каждом этапе изучения дисциплины для каждого вида оценочного средства и приводятся в п. 4 ФОС. Итоговый уровень сформированности компетенции при изучении дисциплины определяется по таблице. При этом следует понимать, что граница между уровнями для конкретных результатов освоения образовательной программы может смещаться.

Уровень сформированности компетенции	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
высокий	высокий	высокий
	<i>продвинутый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>продвинутый</i>
продвинутый	<i>пороговый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>пороговый</i>
	продвинутый	продвинутый
	<i>продвинутый</i>	<i>пороговый</i>
пороговый	<i>пороговый</i>	<i>продвинутый</i>
	пороговый	пороговый
ниже порогового	пороговый	ниже порогового
	ниже порогового	-

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

- Итоговая аттестация по дисциплине является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков обучающихся по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущей и промежуточной аттестации.
- Текущая аттестация в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающихся.
- Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.
- Текущая аттестация осуществляется два раза в семестр:
 - контрольная точка № 1 (КТ № 1) – выставляется в электронную ведомость не позднее 8 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 1 по 8 неделю учебного семестра.
 - контрольная точка № 2 (КТ № 2) – выставляется в электронную ведомость не позднее 16 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 9 по 16 неделю учебного семестра.
- Результаты текущей и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Этап рейтинговой системы / Оценочное средство	Неделя	Балл	
		Минимум*	Максимум**
Текущая аттестация	1-16	36 - 60% от максимума	60
Контрольная точка № 1	7-8	18 (60% от 30)	30
<i>КР1</i>	8	18	30
Контрольная точка № 2	15-16	18 (60% от 30)	30
<i>КР2</i>	16	18	30
Промежуточная аттестация	-	24 – (60% 40)	40
зачет	-		

<i>Билет зачета</i>	-	24	40
ИТОГО по дисциплине		60	100

* - Минимальное количество баллов за оценочное средство – это количество баллов, набранное обучающимся, при котором оценочное средство засчитывается, в противном случае обучающийся должен ликвидировать появившуюся академическую задолженность по текущей или промежуточной аттестации. Минимальное количество баллов за текущую аттестацию, в т.ч. отдельное оценочное средство в ее составе, и промежуточную аттестацию составляет 60% от соответствующих максимальных баллов.

4.Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Направление	14.03.02 «Ядерные физика и технологии»
Образовательная программа	«Инновационные ядерные технологии»
Дисциплина	Теория вероятности и математическая статистика

ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

1. Элементы комбинаторики. Перестановки, размещения, сочетания. Случайные эксперименты. Пространство элементарных исходов (дискретное и непрерывное). События, совместные, несовместные, дополнение, сумма, произведение событий. Диаграммы Венна.
2. Классическая и геометрическая вероятность. Задача о встрече. Задача Бюффона. Решение задач.
3. Аксиомы вероятности. Теорема сложения вероятностей.
4. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Зависимые и независимые события.
5. Полная вероятность. Формула Байеса.
6. Случайные величины дискретного типа. Закон распределения дискретной случайной величины.
7. Непрерывная случайная величина. Функция плотности вероятности и функция распределения.
8. Схема Бернулли, биномиальная случайная величина. Наиболее вероятное число успехов в биномиальном распределении.
9. Геометрическая случайная величина, свойство отсутствия памяти.
10. Гипергеометрическая случайная величина.
11. Распределение Пуассона. Аппроксимация биномиального распределения распределением Пуассона (закон редких событий).
12. Пуассоновский процесс.
13. Равномерное распределение.
14. Экспоненциальная случайная величина, свойство отсутствия памяти.
15. Нормальное распределение.
16. Гамма-распределение.
17. Математическое ожидание $E[X]$, дисперсия $Var(X)$, функция, генерирующая моменты $M_X(t)$. Свойства $E[X]$, $Var(X)$, и $M_X(t)$.
18. Вычисление $E[X]$, $Var(X)$, и $M_X(t)$ для важнейших случайных величин.
19. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины. Условные законы распределения. Независимые дискретные случайные величины. Числовые характеристики. Ковариация и коэффициент корреляции.
20. Закон распределения двумерной непрерывной случайной величины. Условные законы распределения. Независимые случайные величины. Числовые характеристики. Ковариация и коэффициент корреляции.

21. Неравенство Маркова. Неравенство Чебышева и закон больших чисел.
22. Центральная предельная теорема.
23. Статистическое распределение. Выборочный метод. Эмпирическая функция распределения, полигон, гистограмма.
24. Оценки неизвестных параметров распределения методом моментов и методом максимального правдоподобия. Доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии случайной величины с нормальным распределением.
25. Проверка статистических гипотез. Ошибки первого и второго рода. Статистические критерии. Критерий Пирсона.

Критерии и шкала оценивания

Оценка	Критерии оценки
Зачтено 24-40	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровнях «отлично», «хорошо», «удовлетворительно».
Незачтено 23 и меньше	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровне «неудовлетворительно».

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Направление	<u>14.03.02 «Ядерные физика и технологии»</u>
Образовательная программа	<u>«Инновационные ядерные технологии»</u>
Дисциплина	<u>Теория вероятности и математическая статистика</u>

Комплект заданий для контрольной работы 1

Тема элементарная вероятность, случайные величины

Вариант 1

1. Из коробки, содержащей 6 белых и 5 черных шаров, наугад вынимают 3 шара, какова вероятность того, что один из них белый, а два других — черные?
2. Мария берет с собой в путешествие две книги. Предположим, что вероятность того, что ей понравится книга 1, равна 0,6, вероятность того, что ей понравится книга 2, равна 0,5, а вероятность того, что ей понравятся обе книги, равна 0,4. Найдите условную вероятность того, что ей понравится книга 2, если ей не понравилась книга 1.
3. На плоскости нарисованы параллельные прямые (бесконечное количество). Расстояние между двумя соседними прямыми равно a . Предположим, что мы кидаем на плоскость монету радиуса R . Какова вероятность того, что монета пересечет линию?
4. Стрелок стреляет четыре раза, с вероятностью попадания 0,6. Определить вероятность того, что стрелок поразит цель ровно дважды, и вероятность того, что стрелок попадет в цель ровно один раз. Вычислите наиболее вероятное количество попаданий.
5. Учебник издан тиражом 100 000 экземпляров. Вероятность того, что книга бракованная, равна 0,0001. Найти вероятность того, что среди 100 000 книг окажется 5 бракованных книг (Используйте таблицу Б.2 (функция распределения Пуассона) на стр. 278 учебника «Основы теории вероятностей»).
6. Телефонные вызовы поступают на АТС по пуассоновскому процессу с интенсивностью $\lambda=2$ в минуту. Какова вероятность того, что в течение первых пяти минут часа будет получено ровно 10 звонков?

7. Дана плотность распределения $f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{if } 0 < x < 1 \\ \frac{1}{2x}, & \text{if } 1 \leq x < e \end{cases};$

Вычислить $P(X < 2 | X > 1)$

8. Дана нормально распределенная случайная величина $X \sim N(7, 16)$. Вычислить $P(X > 2)$ и $P(2 < X < 11)$. (Используйте таблицу В3 (функция распределения нормального закона) из учебника «Основы теории вероятностей»).

Вариант 2

1. Предположим, что A и B — взаимоисключающие события, для которых $P(A) = 0,3$ и $P(B) = 0,5$. Какова вероятность того, что (а) произойдет либо A , либо B ? б) A произойдет, а B нет? в) произойдут оба A , и B ?
2. Имеется 20 фотокарточек, и мы ищем одну из них. Берем случайным образом 5 фотокарточек. Найдите вероятность того, что среди этих 5 карт окажется та, которую мы ищем.
3. Пусть A и B — два независимых события, такие что $P(A) < P(B)$ и $P(AB) = \frac{6}{25}$ и $P(A|B) + P(B|A) = 1$. Найти $P(A)$.
4. В коробке 6 теннисных мячей. 3 коробки новые и 3 уже б/у. Для первой игры из коробки достают два мяча. После игры они возвращаются в коробку. Какова вероятность того, что для второй игры будут взяты два новых шара?
5. На плоскости нарисованы параллельные прямые (бесконечное количество). Расстояние между двумя соседними прямыми равно 3. Предположим, что мы кидаем на плоскость монету радиуса 1. Какова вероятность того, что монета пересечет линию?
6. Стрелок стреляет четыре раза, с вероятностью попадания 0,75. Определить вероятность того, что стрелок поразит цель ровно трижды, и вероятность того, что стрелок попадет в цель ровно один раз. Вычислите наиболее вероятное количество попаданий.
7. Телефонные вызовы поступают на АТС по пуассоновскому процессу с интенсивностью $\lambda=3$ в минуту. Какова вероятность того, что в течение первых трех минут часа будет получено ровно 10 звонков?
8. Вычислить $P(X > 1)$ если $X \sim \text{Exp}(\lambda = 3)$.

Вариант 3

1. В общей сложности 28 процентов американских мужчин курят сигареты, 7 процентов курят сигары и 5 процентов курят и сигары, и сигареты. а) Какой процент мужчин не курит ни сигар, ни сигарет? б) Какой процент курит сигары, но не сигареты?
2. В урне A 2 белых и 1 черный шар, а в урне B 1 белый и 5 черных шаров. Из урны A наугад вынимают шар и кладут его в урну B . Затем из урны B извлекают шар. Он оказывается белым. Какова вероятность того, что переданный мяч был белым?
3. Пусть A и B два события, для которых известно, что $P(A|B) = \frac{1}{2}$, $P(B^c) = 1/3$ и $P(AB^c) = 1/4$. Найти $P(A)$. B^c — это дополнение к B .
4. В урне 5 красных, 6 синих и 8 зеленых шаров. Если наугад выбрать набор из 3 шаров, какова вероятность того, что каждый из шаров будет (а) одного цвета? б) разных цветов? Тот же вопрос в предположении, что всякий раз, когда шар выбирается, его цвет отмечается, а затем он помещается в урну перед следующим выбором.
5. Два друга, которые едут на работу, случайным образом прибывают на станцию метро между 7 и 7:20 утра. Они готовы ждать друг друга 5 минут, после чего садятся в поезд вместе или поодиночке. Какова вероятность их встречи на станции метро?
6. Найдите вероятность выпадения ровно 3 «решек» за 15 (независимых) подбрасываний монеты, для которых вероятность выпадения «решки» равна 0,4.
7. Из урны, содержащей 8 белых, 4 черных и 2 оранжевых шара, случайным образом выбирают два шара. Предположим, что мы выигрываем 2 доллара за каждый выбранный черный шар и теряем 1 доллар за каждый выбранный белый шар. Пусть X обозначает наш выигрыш. Каковы возможные значения X и каковы вероятности, связанные с каждым значением?
8. Вычислить $P(X^2 < 4)$, если $X \sim \text{Exp}(\lambda = 2)$.

Критерии и шкала оценивания

Оценка	Критерии оценки
Отлично с 27 до 30 баллов	Студент должен правильно решить минимум 7 задач.
Хорошо с 21 до 26 баллов	Студент должен правильно решить минимум 6 задач.
Удовлетворительно с 18 до 20 баллов	Студент решил правильно 4 задачи и, возможно, сделал негрубые ошибки еще в одной задаче.
Неудовлетворительно с 0 до 17 баллов	Студент решил правильно меньше 4 задач;

Критерии оценки компетенций (результаты): тест 1 считается выполненным при условии правильного решения не менее 5 предложенных заданий.

Описание шкалы оценок: тест 1 оценивается в 30 баллов: задания 1 и 4 оцениваются в 3 балла, остальные - в 4 балла.

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Направление 14.03.02 «Ядерные физика и технологии»
 Образовательная программа «Инновационные ядерные технологии»
 Дисциплина Дифференциальные и интегральные уравнения

Комплект заданий для контрольной работы 2

Тема: Случайные величины. Центральная предельная теорема.

Вариант 1

1. Дана плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{if } x \in [0,1] \\ \frac{2-x}{2} & \text{if } x \in [1,2] \\ 0 & \text{везде кроме } [0,2] \end{cases}$$

Вычислить $E[X]$, $Var[X]$, $STD[X]$, и функцию распределения $F_X(x)$.

2. Дана плотность случайной величины $f_X(x) = \frac{1}{\pi(x^2+1)} \quad \forall x \in (-\infty, \infty)$. Вычислить плотность $Y = |X|$.

3. Дана система двух случайных величин (X, Y) .

$x \backslash y$	1	2	3
0	0.05	0.15	0.10
1	0.10	0.20	0.10
2	0.15	0.10	0.05

Вычислить законы распределения составляющих, условные распределения $p(x|y = 3)$ и $p(y|x = 0)$. Вычислить $E[X]$, $E[Y]$, $Var[X]$, $Var[Y]$, $Cov(X, Y)$ и коэффициент корреляции ρ_{XY} . Являются ли X и Y зависимыми?

4. Вычислить $P[3 \leq X+Y < 6]$, если $X \sim Poi(1)$, $Y \sim Poi(2)$ независимые случайные величины.

5. Предположим, мы подбрасываем монету 10000 раз. Приблизительно вероятность того, что у нас выпадет от 4950 до 5070 «орлов».

Вариант 2

1. Дана дискретная случайная величина $P(x = k) = \frac{a^k}{k!} \cdot e^{-a}$, ($a > 0, k = 0, 1, 2, \dots$). Вычислить $E[X]$, $\text{Var}(X)$, $M_X(t) = E[e^{tX}]$

2. Дана плотность случайной величины $f_X(x) = \frac{1}{\pi(x^2+1)} \quad \forall x \in (-\infty, \infty)$. Вычислить плотность $Y = |X|$.

3. Пара (X, Y) равномерно распределена в треугольнике с вершинами ABC , с координатами $A(0, -1)$, $B(1, 0)$, $C(0, 1)$. Совместная плотность $f(x, y)$ задана формулой

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{S} & \text{в треугольнике } ABC \\ 0 & \text{снаружи} \end{cases}$$

Найти константу S , плотности $f_X(x)$, $f_Y(y)$, $f_{X|Y}(x|y)$ и $f_{Y|X}(y|x)$.

Вычислить $E[X]$, $E[Y]$, $\text{Var}[X]$, $\text{Var}[Y]$, $\text{Cov}(X, Y)$ и коэффициент корреляции ρ_{XY} . Являются ли X и Y зависимыми?

4. Вычислить $P[3 \leq X+Y < 6]$, если $X \sim \text{Poi}(1)$, $Y \sim \text{Poi}(2)$ независимые случайные величины.

5. Предположим, мы подбрасываем монету 10000 раз. Приблизительно вероятность того, что у нас выпадет от 4950 до 5070 «орлов».

Вариант 3

1. Дана плотность

$$f(x) = \begin{cases} cxe^{-x/2} & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

Вычислить c , $E[X]$, $\text{Var}[X]$, и $F_X(x)$

2. Дана плотность $f_X(x) = \frac{1}{\pi(x^2+1)} \quad \forall x \in (-\infty, \infty)$. Найти плотность случайной величины $Y = X^2$.

3. Дана система двух случайных величин (X, Y) .

$x \backslash y$	1	2	3
0	0.05	0.15	0.10
1	0.10	0.20	0.10
2	0.15	0.10	0.05

Вычислить законы распределения составляющих, условные распределения $p(x|y = 2)$ и $p(y|x = 2)$. Вычислить $E[X]$, $E[Y]$, $\text{Var}[X]$, $\text{Var}[Y]$, $\text{Cov}(X, Y)$ и коэффициент корреляции ρ_{XY} . Являются ли X и Y зависимыми?

4. Вычислить $P(X_1 + X_2 < 2)$, если X_1 и X_2 распределены нормально $N(0, 1)$.

5. Преподаватель оценивает знания учащихся на экзаменах, эти оценки имеют среднее значение 74 и стандартное отклонение 14. Этот же преподаватель собирается принять экзамен в трех группах общей численностью 64 человека. Оцените вероятность того, что средний балл превысит 70.

Критерии и шкала оценивания

Оценка	Критерии оценки
Отлично с 27 до 30 баллов	Студент должен правильно решить минимум 4 задачи, и может быть сделаны негрубые ошибки в четвертой задаче.
Хорошо с 21 до 26 баллов	Студент должен правильно решить минимум 3 задачи, и может быть сделаны негрубые ошибки в третьей задаче.
Удовлетворительно с 18 до 20 баллов	Студент должен решить правильно две задачи.
Неудовлетворительно с 0 до 17 баллов	Студент решил правильно меньше 2 задач;

Каждая задача оценивается в 6 баллов